

## **ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA INTEGRAL DEFINIDA Y SUS APLICACIONES EN ESTUDIANTES DE INGENIERIA DE LA UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE**

Ana María Ruiz Toledo, Universidad Austral de Chile, anaruiz@uach.cl

Esperanza Casanova Laudin, Universidad Austral de Chile, esperanza.casanova@uach.cl

### **RESUMEN**

En este trabajo se presenta una experiencia docente apoyada en la incorporación de una nueva metodología en la asignatura de Cálculo I para Ingeniería de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Austral de Chile, Valdivia, Chile. Esta actividad fue pensada con el propósito de motivar, fomentar competencias genéricas relacionadas con la responsabilidad, la colaboración en equipo y el trabajo autónomo de los estudiantes y así lograr un aprendizaje efectivo. En tal sentido, la metodología incorporada consiste en que los estudiantes realicen un trabajo grupal externo (TGE), con el objetivo de contrastar la evidencia experimental y la teórica con el uso de software computacional asociado a la integral definida y sus aplicaciones, donde los saberes fueron tratados detalladamente en clases; para ser más específicos con la actividad. Ésta consiste en determinar el área formada bajo la curva de una cuerda y la longitud de ésta, entre dos pilares y el suelo mediante un montaje que replica un puente colgante, el juego de saltar una cuerda y/o el tendido eléctrico (Zarzar Charur C, 1983). Con esta nueva experiencia de trabajo se contrastó, mediante análisis de regresión logística binomial con 95% de confianza; que el 62% de los estudiantes aprobados también obtuvieron buenos resultados en la actividad en una muestra representativa de 148 estudiantes, también con un 95% de confianza.

**PALABRAS CLAVES:** Aprendizaje, trabajo grupal externo, Integral definida y sus aplicaciones.

### **INTRODUCCIÓN**

El primer semestre del año académico 2016, el equipo docente responsable de la asignatura de Cálculo I para Ingeniería de la Universidad Austral de Chile, en la búsqueda de motivar a los estudiantes decide incorporar una metodología teórico-práctica con la utilización de herramienta computacional; la que conlleva a los estudiantes a analizar situaciones reales a través de trabajos grupales externos, haciendo participe a los estudiantes de su aprendizaje.

Para llevar a cabo la actividad, ésta se estructuró en seis etapas: montaje, cálculo integral definida, cálculo Suma de Riemann, investigación, cálculo longitud de la cuerda e informe final. Según el grado de complejidad, se asignaron a cada etapa diferentes ponderaciones con el propósito de obtener un aprendizaje duradero y profundo.

### **DESARROLLO**

La asignatura de Cálculo I para Ingeniería corresponde al segundo semestre del ciclo de Bachillerato de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Austral de Chile y el Centro de Docencia en Ciencias Básicas para Ingeniería es la unidad responsable de impartir la asignatura a las carreras de Ingeniería Civil Mecánica, Ingeniería Civil Electrónica, Ingeniería Civil Informática, Ingeniería Civil en Obras Civiles, Ingeniería en Construcción, Ingeniería Civil Acústica, Bachillerato en Ciencias de la Ingeniería e Ingeniería Naval.

Cálculo I para Ingeniería es un curso clásico en una facultad de Ingeniería, que corresponde al cálculo diferencial e integral con las unidades de: Derivada y aplicaciones, integral y aplicaciones y series. La asignatura hasta el año académico 2015 era evaluada con tres pruebas parciales que correspondía al 90% del promedio final y con cuatro controles grupales que sumaba el 10% restante de la situación final del estudiante. En cambio, para el año 2016 el equipo de trabajo reestructuró la asignatura, con el fin de estimular el aprendizaje de los estudiantes y con ello mejorar la tasa de aprobación y también disminuir la deserción estudiantil; pasando de tres evaluaciones parciales a cuatro y así tener dos evaluaciones en la segunda unidad que es la más extensa y dos evaluaciones más para la primera y tercera unidad de los contenidos de la asignatura. De igual manera, se pasó de tres controles clásicos a dos trabajos grupales externo haciendo que el estudiante desarrolle *in situ* la actividad, es decir, aprender haciendo.

A continuación se presenta la actividad realizada en el segundo trabajo grupal externo (TGE), el que trata de una aplicación de la integral definida donde los estudiantes analizan y experimentan el problema de calcular el área bajo una curva y la longitud de una cuerda (Leithold, 2007).

Metodología de trabajo:

Se conformaron grupos de trabajo entre 3 y 5 estudiantes (sin excepciones), los que necesitaban los siguientes materiales para elaborar la actividad: una cinta de medir, dos pilares de mínimo 0,5[m], una cuerda (cadena) flexible de mínimo 1,3 [m], cámara para capturar imagen fotográfica y software computacional y así realizar la réplica de la figura (1):



Figura N° 1. Situación real

Con la intención de facilitar el desarrollo de la actividad y lograr los objetivos propuestos, el equipo decide dividir el problema en seis etapas: montaje, cálculo integral definida, cálculo Suma de Riemann, investigación, cálculo longitud de la cuerda e informe final. En efecto:

Etapa 1: Organizar los materiales, tal que se asemeje al tendido eléctrico entre dos pilares, un puente colgante o el juego de saltar una cuerda, según muestra la figura (1); cumpliendo que la distancia entre los pilares sea mayor e igual a 1 [m] y que la distancia entre la cuerda y el suelo supere los 0,10 [m]. Además, capturar una imagen digital del montaje y en la misma detalle en forma explícita todas las longitudes que correspondan; tal como muestra la figura (2).

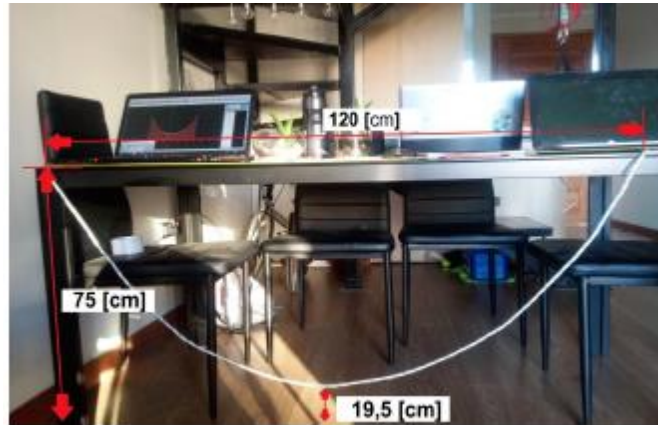


Figura N° 2. Esquema actividad.

Etapa 2: Determinar un polinomio que ajuste la forma de la cuerda entre los pilares, con ella calcular el área formada entre los pilares, el suelo y la cuerda; a través de la Integral definida.

Etapa 3: Particionar el segmento que une las bases de los pilares con al menos 30 intervalos. Usar esta partición para obtener una aproximación del área formada entre los pilares, el suelo y la cuerda, a través de la Suma de Riemann. Comparar sus resultados con la etapa anterior.

Etapa 4: Investigar una expresión matemática que describa una cuerda bi-empotrada que cae por su propio peso y adopta la forma de una curva.

Usar esta información para determinar, con la ayuda de software, la función que mejor ajusta la forma de la cuerda entre los pilares. Con ella, calcular el área formada entre los pilares, el suelo y la cuerda a través de la Integral definida. Comparar los resultados de ambos métodos y concluya.

Etapa 5: Hallar la longitud de la cuerda entre los pilares, con las funciones obtenidas en la etapa 2 y 4. Compare y concluya sobre sus resultados teóricos y experimentales.

Etapa 5: Confeccionar un documento articulando todas las etapas anteriores, éste debe tener el siguiente formato: hojas tamaño carta, letra Arial tamaño 12, con párrafos justificados y las hojas debidamente numeradas. Los títulos en tamaño 14 en negritas con interlineado 1,5. Las partes del documento son:

Introducción: Ésta constituye una breve descripción del tema en forma clara y ordenada en un máximo de 10 líneas.

Marco teórico: Incluye la descripción de los conceptos asociados y la teoría que permite obtener, mediante la integral definida, el área bajo la curva y la longitud de ésta en un máximo de una plana.

Desarrollo de cada una de las etapas: En esta etapa se debe incluir todos los detalles que permitieron llegar a sus resultados. Además, debe ser escrito en un editor computacional e indicar el software que utilizó.

Conclusión: Escribir, desde la perspectiva del grupo, las conclusiones obtenidas después de cotejar con la realidad. Máximo 20 líneas.

Bibliografía consultada: Incorporar referencias bibliográficas de acuerdo a las normas para la redacción de referencias bibliográficas UACH.

Así el instrumento de evaluación está formada por aspectos formativos y sumativos. Además, a los estudiantes con anterioridad se les entregó una escala de apreciación para que ellos, de antemano, estuvieran informados de los criterios de evaluación. Finalmente, en la carpeta tareas de la plataforma SIVEDUC deben subir el informe final.

## RESULTADOS

El tamaño de la muestra fue de 148 estudiantes con un 95% de nivel de confianza. En cuanto, a la exploración descriptiva de las calificaciones la media alcanzada fue de 4,8 con una desviación estándar de 1,5; la que indica que los estudiantes evaluados con un trabajo grupal externo obtienen mejores resultados y que generalmente se explica por el compromiso que adquieren con sus compañeros; además, con una tendencia a la normalidad de los datos.

Por otra parte, para ver la incidencia en la tasa de aprobación, a partir de esta actividad se realizó un análisis de regresión logística binaria con un 95% de confianza, la que arrojó las tablas (1), (2) y (3).

**Pruebas ómnibus de coeficientes de modelo**

		Chi-cuadrado	gl	Sig.
Paso 1	Paso	196,383	6	,000
	Bloque	196,383	6	,000
	Modelo	196,383	6	,000

Tabla 1. Resultado análisis estadístico

La tabla (1) muestra un valor de significancia menor a 0,05; de donde se concluye que el modelo es aceptado.

**Resumen del modelo**

Paso	Logaritmo de la verosimilitud	R cuadrado de Cox y Snell	R cuadrado de Nagelkerke
1	-2	,660	,887
	51,597 <sup>a</sup>		

a. La estimación ha terminado en el número de iteración 9 porque las estimaciones de parámetro han cambiado en menos de ,001.

Tabla 2. Resultado análisis estadístico

El R cuadrado de Cox y Snell nos indica que nuestro modelo debe acercarse a 1 para la veracidad de él, situación que se ve reflejada en la tabla (2).

**Variables en la ecuación**

	B	Error estándar	Wald	gl	Sig.	Exp(B)
Paso 1 <sup>a</sup> prueba_1	2,157	,609	12,563	1	,000	8,646
prueba_2	2,158	,527	16,799	1	,000	8,654
prueba_3	1,814	,412	19,372	1	,000	6,138
prueba_4	1,835	,477	14,772	1	,000	6,265
control_1	,052	,236	,049	1	,824	1,054
control_2	,854	,301	8,037	1	,005	2,350
Constante	-31,898	6,276	25,835	1	,000	,000

a. Variables especificadas en el paso 1: prueba\_1, prueba\_2, prueba\_3, prueba\_4, control\_1, control\_2.

Tabla 3. Resultado análisis estadístico

En base a los datos analizados, es posible inferir de la tabla (3) que los estudiantes que aprueban la asignatura son aquellos que obtienen buenos resultados en todas las evaluaciones, pero con mayor probabilidad en las dos primeras evaluaciones, con ello verificamos que tienen un dominio de todos los saberes de la asignatura.

## CONCLUSIONES

La situación de gran preocupación en la asignatura eran la falta de motivación y la rápida deserción de los estudiantes, ello inspira al equipo docente a realizar una re-estructuración al tipo y cantidad de instrumentos de evaluación. Lo anterior incidió positivamente en la tasa de aprobación de los estudiantes, ya que el 62% de los estudiantes que aprobaron la asignatura también obtuvieron buenos resultados en la actividad y un mínimo de estudiantes hizo abandono de la asignatura como externalidad positiva. Al mismo tiempo, este tipo de evaluación va totalmente ligado al programa de asignatura, que es basado por competencias.

Sería interesante replicar esta misma actividad, pero con tiempos acotados; dado que cuando se desarrolló la actividad nuestra casa de estudios se encontraba en movilización (paro) estudiantil.

## AGRADECIMIENTOS

Por el apoyo y la confianza brindada en cada una de las propuestas realizadas a Teresa Castro, Directora del Centro de Docencia en Ciencias Básicas para Ingeniería y al Dr. Richard Luco Salman, Decano de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Austral de Chile

## REFERENCIAS

Álvarez P, Jara S, Ruiz A. (2014). "Enseñanza - aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en los estudiantes de ingeniería de la Universidad Austral de Chile" XXVII Congreso Chileno de Educación en Ingeniería.

Leithold, L., Fagoaga, J. C. V. (1998). El cálculo (Vol. 7). Oxford University Press.

Zarzar Charur C. (1983) “Diseño de estrategias para el aprendizaje grupal. Una experiencia de trabajo”. Perfiles educativos, Documento V, UNAM N°1, abril-junio.